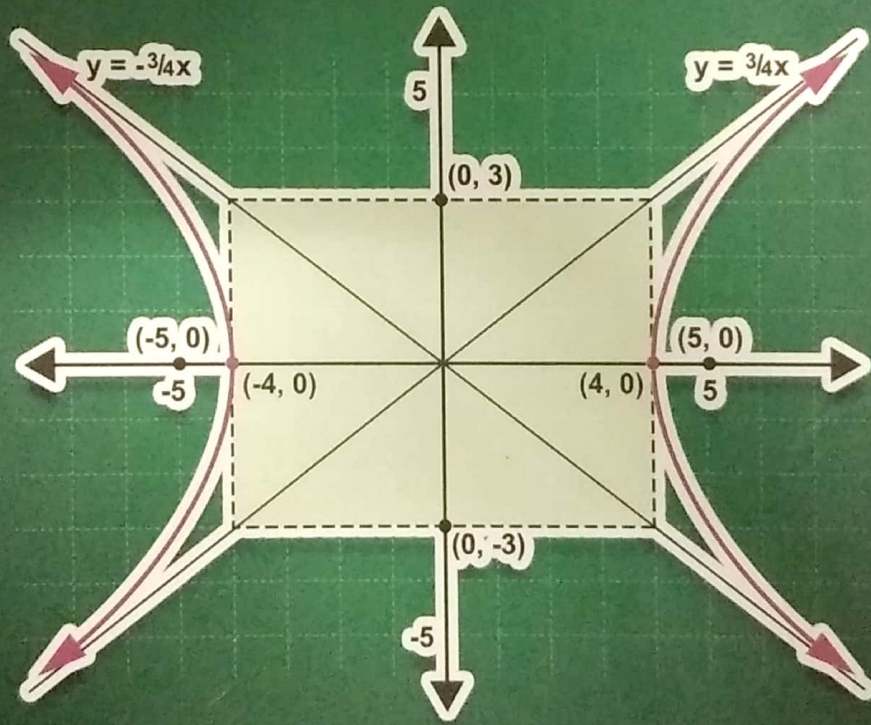


ইঞ্জিনিয়ারিং কনসেপ্ট বুক

উচ্চতর গণিত
২য় পত্র



উদ্ভাস

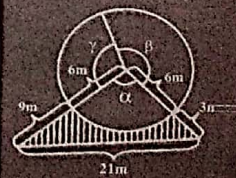
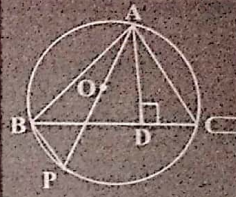
একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার

সূচিপত্র

অধ্যায়	অধ্যায়ের নাম	পৃষ্ঠা
প্রথম অধ্যায়	বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা	১-১৩
দ্বিতীয় অধ্যায়	যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম	১৪-১৬
তৃতীয় অধ্যায়	জটিল সংখ্যা	১৭-৪০
চতুর্থ অধ্যায়	বহুপদী ও বহুপদী সমীকরণ	৪১-৬৮
পঞ্চম অধ্যায়	দ্বিপদী বিস্তৃতি	৬৯-৮৬
ষষ্ঠ অধ্যায়	কনিক	৮৭-১২৩
সপ্তম অধ্যায়	বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশন ও ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ	১২৪-১৪৮
অষ্টম অধ্যায়	স্থিতিবিদ্যা	১৪৯-১৯৮
নবম অধ্যায়	সমতলে বস্তুকণার গতি	১৯৯-২৩৫
দশম অধ্যায়	বিস্তার পরিমাপ ও সম্ভাবনা	২৩৬-২৫৬



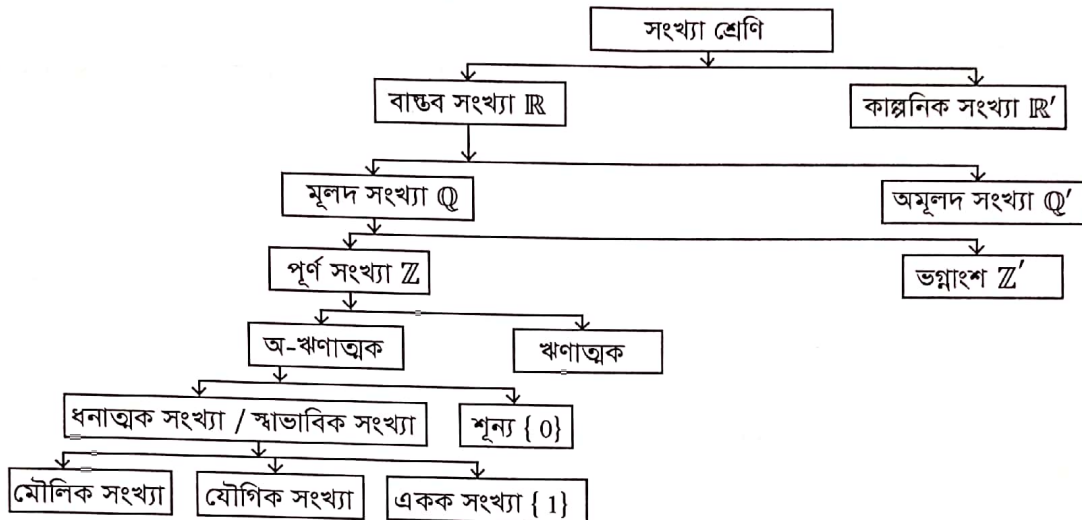
$$\sum_{n=a}^b \sqrt[n]{x} f(n)$$



অধ্যায়-০১: বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা

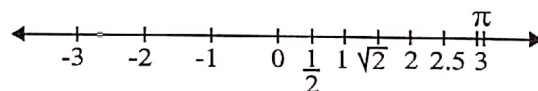
গুরুত্বপূর্ণ প্রাথমিক আলোচনা

♦ সংখ্যার শ্রেণিবিন্যাস (Classification of Numbers):



♦ বাস্তব সংখ্যার সেট (Set of real numbers):

কোনো বাস্তব সংখ্যা একটি মান যা একটি অসীম দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট সরলরেখা বরাবর একটি পরিমাণ নির্দেশ করে। ধনাত্মক সংখ্যা, ঋণাত্মক সংখ্যা এবং শূন্য-সবই বাস্তব সংখ্যা। অর্থাৎ যে সকল সংখ্যাকে সংখ্যারেখার মাধ্যমে প্রকাশ করা যায় তাদেরকে বাস্তব সংখ্যা বলা হয়। বাস্তব সংখ্যার সেটকে $\mathbb{R}$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

♦ স্বাভাবিক সংখ্যার সেট (Set of Natural Numbers) $\mathbb{N}$:

গণনাকারী সংখ্যার সেট (set of counting numbers) অর্থাৎ ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার সেট (set of positive whole numbers বা set of positive integers) কে স্বাভাবিক সংখ্যার সেট বলা হয়। ইহাকে $\mathbb{N}$ দ্বারা সূচিত করা হয়। যেমন: $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$. আবার $\{\dots, -4, -3, -2, -1\}$ সংখ্যার সেটকে ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যার সেট (set of negative integers) বলা হয় এবং 0 (শূন্য) নিরপেক্ষ (Neutral integer).

♦ পূর্ণ সংখ্যার সেট (Set of Integer numbers) $\mathbb{Z}$:

ইহাকে $\mathbb{Z}$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

যেমন: $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\} = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$

♦ মূলদ সংখ্যার সেট (Set of rational numbers) $\mathbb{Q}$:

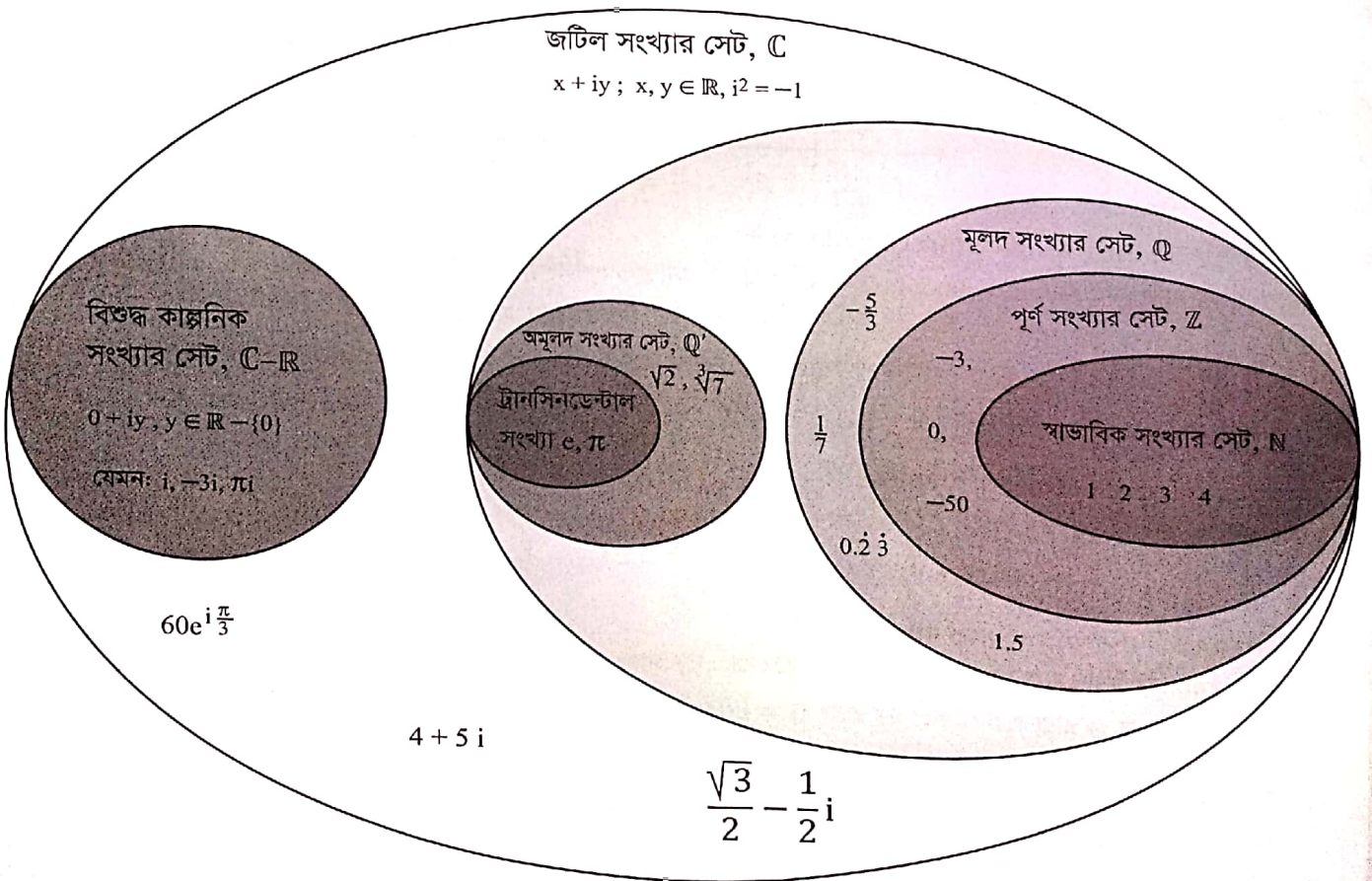
যে সমস্ত সংখ্যা দুইটি পূর্ণ সংখ্যার অনুপাত (ভাজক শূন্য ব্যতীত) আকারে প্রকাশ করা যায় তাদের সেটকে মূলদ সংখ্যার সেট বলা হয়। মূলদ সংখ্যার সেটকে $\mathbb{Q}$ দ্বারা প্রকাশ করা হয় এবং $\mathbb{Q} = \{x: x = \frac{p}{q}; \text{ যেখানে } p, q \in \mathbb{Z} \text{ এবং } q \neq 0\}$. যেমন:

(i) সকল পূর্ণ সংখ্যা $(2 = \frac{2 \in \mathbb{Z}}{1 \in \mathbb{Z}}, -2 = \frac{-2 \in \mathbb{Z}}{1 \in \mathbb{Z}})$.

(ii) ভগ্নাংশ $(-\frac{3}{5} = \frac{-3 \in \mathbb{Z}}{5 \in \mathbb{Z}})$.

(iii) সসীম দশমিক ভগ্নাংশ $(3.1 = \frac{31 \in \mathbb{Z}}{10 \in \mathbb{Z}})$.

- ♦ পৌনঃপুনিক অসীম দশমিক ভগ্নাংশ $(.3 = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} = \frac{1 \in \mathbb{Z}}{3 \in \mathbb{Z}})$ $\mathbb{Q}$ সেটের অন্তর্ভুক্ত।
- ♦ অমূলদ সংখ্যার সেট (Set of irrational numbers):
যে সমস্ত সংখ্যা মূলদ নয় অর্থাৎ যে সমস্ত সংখ্যাকে দুইটি পূর্ণ সংখ্যার অনুপাত আকারে প্রকাশ করা যায় না তাদের সেটকে অমূলদ সংখ্যার সেট বলা হয়। অমূলদ সংখ্যার সেটকে $\mathbb{Q}'$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। সকল মৌলিক সংখ্যার n তম মূল $(\sqrt{2}, \sqrt[3]{11})$, পৌনঃপুনিক নয় এমন অসীম দশমিক ভগ্নাংশ ইত্যাদি $\mathbb{Q}'$ সেটের অন্তর্ভুক্ত।
- ♦ তুরীয় সংখ্যা (Transcendental numbers):
যে সকল সংখ্যা মূলদ সহগ বিশিষ্ট কোন অশূন্য (non-zero) বহুপদী সমীকরণের মূল (বীজ) হতে পারে না সেগুলো হচ্ছে তুরীয় সংখ্যা বা ট্রানসিনডেন্টাল সংখ্যা। যেমন: π, e ইত্যাদি। এই তুরীয় সংখ্যাও $\mathbb{Q}'$ সেটের অন্তর্ভুক্ত।
- ♦ অঋণাত্মক সংখ্যার সেট (Set of non negative numbers): শূন্যসহ সকল ধনাত্মক সংখ্যার সেটকে অঋণাত্মক সংখ্যার সেট বলা হয়। যেমন: $3, 0, \frac{1}{2}, 0.23, 1.325, e, \pi$ ইত্যাদি অঋণাত্মক সংখ্যা।
- ♦ মৌলিক সংখ্যার সেট (Set of prime numbers): 1 এর চেয়ে বড় যে সমস্ত স্বাভাবিক সংখ্যা 1 এবং ঐ সংখ্যা ব্যতীত অন্য সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য নয় তাদের সেটকে মৌলিক সংখ্যার সেট বলা হয়। ইহাকে $\mathbb{P}$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। যেমন: $2, 3, 5, 7, 11, \dots$ ইত্যাদি।
- ♦ যৌগিক সংখ্যা বা কম্পোজিট সংখ্যা (Composite number): এক ব্যতীত স্বাভাবিক সংখ্যার সেটে যে সংখ্যাগুলি মৌলিক নয় তাদেরকে কম্পোজিট সংখ্যা বলে। যেমন: $4, 6, 8, 9, 10, \dots$ ইত্যাদি। কিন্তু 1 মৌলিক বা যৌগিক কোনটিই নয়। 1 হচ্ছে একক সংখ্যা (Unit number)।
উপরিউক্ত সেটগুলির সম্পর্ক হল, $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ ।
- ♦ সংখ্যার ভেনচিত্র:



♦ **পরম মান (Absolute value):**

কোন রাশি শূন্যের বড় হলে যত বড় অথবা শূন্যের ছোট হলে যত ছোট তাই পরম মান। রাশির ডানে ও বামে দুটি খাড়া রেখা দিয়ে পরম মান প্রকাশ করা হয়। যেমন: 4 এর পরম মান প্রকাশ করা হয় $|4| = 4 - 0 = 4$ এবং -4 এর পরম মান $|-4| = 0 - (-4) = 4$ । এখানে 4 ও -4 পরস্পর যোগবোধক বিপরীত রাশি। কিন্তু তাদের পরম মান 4। পরম মান একটি ধনাত্মক মান। সুতরাং দুইটি যোগাত্মক বিপরীত রাশির মধ্যে যেটি বৃহত্তর তাহাই প্রতিটির পরম মান। x অঋণাত্মক হলে x এর পরম মান $|x| = x - 0 = x$ । x ঋণাত্মক হলে x এর পরম মান, $|x| = 0 - (x) = -x$ ।

$$\text{বীজগাণিতিকভাবে, } |x| = \begin{cases} x & ; x > 0 \\ 0 & ; x = 0 \\ -x & ; x < 0 \end{cases}$$

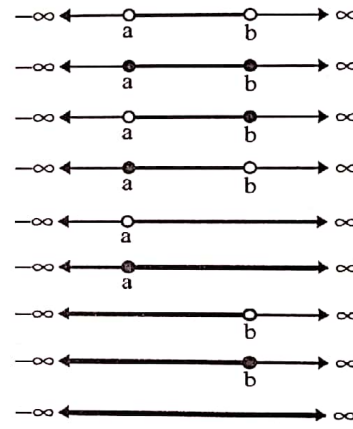
উল্লেখ্য যে, সংখ্যার ফিল্ডে দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্বকে পরম মান দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

♦ **নিচের প্রত্যেক প্রকারের সেটকে $\mathbb{R}$ এর ব্যবধি (interval) বলে।**

ব্যবধি (Interval)

1. $(a, b) =]a, b[= \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$ (মুক্ত ব্যবধি)
2. $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$ (বন্ধ ব্যবধি)
3. $(a, b] =]a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$
4. $[a, b) = [a, b[= \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$
5. $(a, \infty) =]a, \infty[= \{x \in \mathbb{R} : a < x < \infty\}$
6. $[a, \infty) = [a, \infty[= \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < \infty\}$
7. $(-\infty, b) =]-\infty, b[= \{x \in \mathbb{R} : -\infty < x < b\}$
8. $(-\infty, b] =]-\infty, b] = \{x \in \mathbb{R} : -\infty < x \leq b\}$
9. $(-\infty, \infty) =]-\infty, \infty[= \{x \in \mathbb{R} : -\infty < x < \infty\}$

সংখ্যারেখা



টাইপভিত্তিক সমস্যা ও সমাধান

Type-01: পরম মানের সাহায্যে প্রকাশ সংক্রান্ত

☞ **Concept:** অসমতাকে পরমমানের সাহায্যে প্রকাশ করলে দুই রকম Case হতে পারে।

(i) $|x - c| \leq d \Rightarrow -d \leq x - c \leq d \therefore c - d \leq x \leq c + d$

প্রদত্ত অসমতা থেকে $(c + d)$ এবং $(c - d)$ এর মান বের করে, Solve করার পর c, d এর মান নির্ণয় করা যায়। এই c, d এর মান $|x - c| \leq d$ তে বসিয়ে অসমতাকে পরমমানের সাহায্যে প্রকাশ করে।

(ii) বিকল্প: ধরি, $a \leq x \leq b$; এখন, a এবং b এর গড় $= \frac{a+b}{2}$

সকল পক্ষ হতে গড়মান বাদ দিলে, $a - \frac{a+b}{2} \leq x - \frac{a+b}{2} \leq b - \frac{a+b}{2} \Rightarrow \frac{a-b}{2} \leq x - \frac{a+b}{2} \leq \frac{b-a}{2} \Rightarrow -\frac{(b-a)}{2} \leq x - \frac{a+b}{2} \leq \frac{b-a}{2}$
 $\therefore \left| x - \frac{a+b}{2} \right| \leq \frac{b-a}{2} [\because -a \leq x \leq a \text{ হলে } |x| \leq a]$

Example-01: $-7 \leq x \leq -1$ কে পরমমানের সাহায্যে লিখলে কি হবে?

[DU'04-05,15-16]

Solⁿ: $-7 \leq x \leq -1$

$c - d = -7$

$c + d = -1$

$2c = -8$

$\therefore c = -4$

$\therefore d = 3$

$\therefore |x - (-4)| \leq 3 \therefore |x + 4| \leq 3 \text{ (Ans.)}$



উদ্ভাস

পরিবর্তনের প্রত্যয়ে নিরন্তর পথচলা...